



**UNIVERSIDAD NACIONAL DEL COMAHUE**  
**Centro Regional Universitario Bariloche**  
**Año Académico: 2016**

**ASIGNATURA: CÁLCULO III**

DEPARTAMENTO: **MATEMÁTICA**  
ÁREA: **ANÁLISIS MATEMÁTICO**  
ORIENTACIÓN:

CARRERA/S: **LICENCIATURA EN MATEMÁTICA**

CARGA HORARIA SEMANAL: **8 HORAS**

RÉGIMEN: **cuatrimestral**  
CUATRIMESTRE: **primero**  
**OBLIGATORIA**

EQUIPO DE CATEDRA (*Completo*):

<u>Apellido y Nombres</u>	<u>Cargo.</u>
Mazzitelli, Martín	ASD/EC
Lohr, Javier	AYP

ASIGNATURAS CORRELATIVAS (*S/Plan de Estudios*):

- APROBADAS: CÁLCULO I
- CURSADAS: CÁLCULO II, GEOMETRÍA ANALÍTICA

---

**1. FUNDAMENTACION:**

El estudio de funciones de varias variables y el desarrollo del cálculo vectorial son fundamentales debido a su amplio campo de aplicaciones. Es, por lo tanto, necesario, que un Licenciado en Ciencias Matemáticas maneje con soltura tanto el marco teórico, como la contextualización de estos conceptos dentro de la física, la geometría y el álgebra lineal.

El estudio de los temas incluidos en el programa deberá proveer los elementos necesarios para la interpretación y estudio de nociones clásicas del cálculo diferencial e integral. Asimismo, proveerá las herramientas necesarias para la resolución de problemas físicos, que representan la base de la construcción histórica del cálculo.

**2. OBJETIVOS:**

El objetivo general del desarrollo de las unidades de este programa es introducir al estudiante de la Licenciatura en Matemática en el estudio del cálculo diferencial e integral en varias variables. Se espera que el alumno adquiera una base firme de conocimientos (complementando aquellos previamente aprendidos en Cálculo y Geometría) que son de una gran importancia para los estudios posteriores en el área. Deberá comprender con claridad los conceptos teóricos básicos del análisis vectorial y sus diversas aplicaciones.

El objeto específico del desarrollo de las unidades temáticas del presente programa apunta principalmente a capacitar al estudiante para el estudio de funciones de varias variables reales a través del conocimiento y comprensión de los conceptos de límite, continuidad y diferenciabilidad. También se apunta a la comprensión del concepto de integrales (dobles y triples) de funciones escalares y sus aplicaciones. Esto último brindará las herramientas necesarias para el estudio de las integrales de línea y superficie, así como de los teoremas integrales del cálculo vectorial (Green, Stokes y Gauss).

### **3. CONTENIDOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS (contenidos mínimos):**

Funciones de varias variables. Geometría de funciones escalares. Conjuntos de nivel y corte con los planos. Límites y continuidad. Diferenciabilidad. Derivadas parciales. Derivadas direccionales y gradiente. Derivadas sucesivas. Teorema de Taylor. Extremos. Multiplicadores de Lagrange. Teorema de la función implícita. Aplicaciones. Integrales dobles. Área. Aplicaciones físicas. Cambio de orden de integración. Coordenadas polares. Cambio de coordenadas. Integrales triples. Geometría de funciones de  $R^2$  en  $R^2$ . Coordenadas cilíndricas y esféricas. Teorema de cambio de variables. Aplicaciones. Integrales de línea y de trayectoria. Longitud de curvas. Superficies parametrizadas. Área de una superficie. Integrales de funciones escalares y vectoriales sobre superficies. Teorema de Green. Teorema de Stokes. Campos conservativos. Teorema de Gauss.

### **4. CONTENIDO PROGRAMA ANALÍTICO:**

#### **Unidad 1: Introducción**

Nociones básicas de geometría analítica. Operaciones entre vectores. Distancia y norma euclídea. Conceptos de topología: conjuntos abiertos y cerrados en  $R^n$ , acotados y compactos. Límites de sucesiones en  $R^n$  y puntos de acumulación.

#### **Unidad 2: Funciones de varias variables**

Funciones de varias variables a valores escalares y campos vectoriales. Gráfico de una función. Curvas y superficies de nivel de funciones escalares. Límites y continuidad de funciones escalares y campos vectoriales. Teoremas de Bolzano y Weierstrass en varias variables.

#### **Unidad 3: Diferenciación**

Diferenciación de campos escalares. Plano tangente. Derivadas parciales y direccionales. Gradiente de funciones escalares. Criterio de diferenciabilidad. Diferenciación de campos vectoriales. Regla de la cadena. Casos particulares de la regla de la cadena. Teoremas de la función implícita e inversa.

#### **Unidad 4: Extremos**

Derivadas de orden superior. Teorema de Taylor. Extremos y puntos críticos. Extremos restringidos. Multiplicadores de Lagrange. Aplicaciones.

#### **Unidad 5: Integración de funciones escalares**

Repaso de integración en una variable. Integrales dobles en regiones elementales. Cambio de orden de integración. Integrales triples en regiones elementales. Aplicaciones: cálculo de áreas y volúmenes, promedios, masa y centro de masa. Teorema de cambio de variables. Coordenadas polares, esféricas y cilíndricas.

#### **Unidad 6: Integrales de línea y de superficie**

Longitud de arco de curvas. Integrales de trayectoria de campos escalares. Integrales de línea de campos vectoriales. Superficies parametrizadas. Área de

superficies. Integrales de superficie de campos escalares y campos vectoriales. Aplicaciones.

### **Unidad 7: Teoremas integrales del análisis vectorial**

Divergencia y Rotor. Propiedades. Teoremas de Green y Stokes. Campos conservativos. Teorema de Gauss. Aplicaciones.

### **5. BIBLIOGRAFÍA BÁSICA DE CONSULTA:**

- **Cálculo vectorial.** Marsden y Tromba (Addison-Wesley Iberoamericana).
- **Calculus Volumen II.** Apostol (Reverté).
- **Análisis vectorial.** Spiegel (Schaums).
- **Análisis Matemático II.** Rey Pastor, Calleja y Trejo (Kapelusz).
- **Cálculo infinitesimal.** Spivak (Reverté).
- **Cálculo y Análisis.** Larotonda (Depto. de Matemática - FCEyN, UBA).

### **6. PROPUESTA METODOLÓGICA:**

El desarrollo de la asignatura se programó integrando dos tipos de actividades: las clases teóricas y las clases prácticas. En las primeras se introducen los conceptos de la teoría, motivados en su gran mayoría por problemas de aplicaciones clásicos, evidenciando la necesidad del estudio de los mismos. Luego se profundiza en la teoría matemática, demostrando los resultados que la involucran, y se resuelven diversos ejercicios que pongan de manifiesto la utilidad de las nociones teóricas adquiridas. Si bien las clases teóricas son de carácter predominantemente expositivo, propician un clima participativo. Por otra parte, las clases prácticas, que se organizan mediante guías de trabajos prácticos, apuntan a que los alumnos resuelvan problemas y realicen consultas, sobre las cuales se realizan algunos cierres en el pizarrón a cargo del ayudante de cátedra. A cada unidad del programa corresponde una guía de trabajos prácticos.

### **7. EVALUACIÓN Y CONDICIONES DE ACREDITACIÓN:**

Durante el cursado de la materia, se tomarán dos exámenes parciales. Cada uno de ellos tiene una instancia recuperatoria. Cada examen parcial evalúa un grupo de unidades del programa e integra las anteriores (ver cronograma tentativo). Las calificaciones posibles para los parciales son **P** (8 a 10 - aprobado con promoción), **A** (4 a 7 - aprobado sin promoción) e **I** (menos de 4 - insuficiente).

#### **ALUMNOS REGULARES:**

La aprobación de los exámenes parciales o sus recuperatorios con una calificación **P** o **A**, implica la aprobación de la cursada de la materia. Los alumnos que tengan al menos un examen aprobado con una calificación **A** deberán rendir examen final regular.

#### **ALUMNOS PROMOCIONALES:**

Para promocionar la asignatura los alumnos deberán aprobar los dos exámenes parciales con una calificación **P**. La nota final de promoción será el promedio de las notas de cada parcial.

#### **ALUMNOS LIBRES:**

Si un alumno obtiene una calificación **I** en un parcial y su recuperatorio, perderá la condición de alumno regular de la materia. En caso de perder la regularidad de la materia, el alumno puede rendir un examen libre como único requisito para aprobar la materia, lo cual puede hacerse en los turnos de examen previstos a tal fin.

**8. DISTRIBUCIÓN HORARIA:**

**HORAS TEORICOS:** 4 horas. Viernes de 17 a 21.

**HORAS PRACTICOS:** 4 horas. Lunes de 15 a 19.

**9. CRONOGRAMA TENTATIVO:**

**Primer parcial:** se evaluarán las Unidades 1, 2 y 3.

**Segundo parcial:** se evaluarán las Unidades 4, 5, 6 y 7.

  
MARTÍN MAZZITELLI  
**PROFESOR**

  
**CONFORMIDAD DIRECTOR/DELEGADO  
DEPARTAMENTO**

  
Lic. MARIA NES SANCHEZ  
Secretaria Académica  
Centro Regional Universitario Bariloche  
Universidad Nacional del Comandante  
**CONFORMIDAD SECRETARIA ACADEMICA  
CENTRO REGIONAL UNIVERSITARIO BARILOCHE**